

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

10.º/11.º ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade

(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Duração da prova: 150 minutos
2007

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA B

COTAÇÕES

1.	30 pontos
1.1.	14 pontos
1.2.	16 pontos
2.	22 pontos
3.	41 pontos
3.1.	19 pontos
3.2.	22 pontos
4.	25 pontos
4.1.	10 pontos
4.2.	15 pontos
5.	41 pontos
5.1.	19 pontos
5.2.	22 pontos
6.	41 pontos
6.1.	19 pontos
6.2.	22 pontos
TOTAL	200 pontos

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando responder ao mesmo item mais do que uma vez, deve eliminar inequivocamente a(s) resposta(s) que não deve(m) ser classificada(s). No caso de tal não acontecer, será classificada a resposta que surge em primeiro lugar.
3. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a classificação deve ser:
 - a soma algébrica das classificações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a classificação a atribuir é de zero pontos;
 - de zero pontos se o examinando se limitar a apresentar o resultado final.
4. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado. Salieta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos ou competências não contemplados no Programa da disciplina.
5. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
 - 5.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 5.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação de cada etapa. Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a classificação de zero pontos. Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou com a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:
 - erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
 - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.
 - 5.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma classificação diferente das indicadas.

- 5.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva classificação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
- 5.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a classificação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a classificação máxima a atribuir em cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
- 5.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
6. Nas etapas em que está previsto o recurso à calculadora, os critérios específicos subdividem-se em: «Explicação do método utilizado» e «Apresentação do(s) valor(es)».

6.1. Explicação do método utilizado:

De acordo com as instruções gerais para a realização da prova, o examinando deve apresentar todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora. Esta apresentação deve ser classificada de acordo com os níveis de desempenho que se seguem. Em cada nível de desempenho, a classificação máxima prevista é a indicada em percentagem.

Esta percentagem deve ser aplicada sobre a cotação prevista para a explicação do método utilizado, e o valor obtido deve ser arredondado às unidades (por excesso, se a mantissa do número a arredondar for 0,5 ou superior).

Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes..... 100%

Apresentação correcta, mas com ausência de alguns elementos relevantes
ou

Apresentação completa, mas com algumas incorrecções (por exemplo, não respeitar o domínio de uma função) 70%

Apresentação incompleta e com algumas incorrecções 40%

Ausência de explicação ou simples referências do tipo «Vi na calculadora»..... 0%

6.2. Apresentação do(s) valor(es):

Para cada valor que o examinando deve apresentar, os critérios específicos podem indicar um intervalo admissível. O valor apresentado pelo examinando pode pertencer, ou não, a esse intervalo.

- Se o valor pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a cotação máxima prevista para essa apresentação, a menos que haja lugar a qualquer desvalorização prevista nos critérios específicos, por desrespeito do número de casas decimais com que o resultado deve ser apresentado.
- Se o valor não pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a classificação de zero pontos.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos zero pontos na etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a resposta não deve ser desvalorizada se não indicar a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não deve existir qualquer desvalorização).
8. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a classificação de zero pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente classificadas com zero pontos.
9. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, «equacione o problema», «resolva graficamente», etc.). Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser classificadas com zero pontos.
10. Se, na resolução de um item, o examinando utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a sua resposta deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas classificadas com zero pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na classificação total da resposta, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos

12. As classificações a atribuir às respostas dos examinandos devem ser expressas, obrigatoriamente, em números inteiros.

Critérios específicos de classificação

1.1. 14

Identificar todas as somas possíveis3

Determinar a probabilidade associada a cada um dos resultados (1x9) 9

Construção clara e correcta da tabela..... 2

Notas:

1. Se o examinando tiver elaborado uma tabela de dupla entrada, onde identifique todas as somas possíveis (primeira etapa), pode depreender-se que os valores encontrados para a probabilidade associada a cada um dos resultados (segunda etapa), estando correctos, se baseiam na sua leitura. Caso contrário, o examinando deverá apresentar as diferentes configurações correspondentes a cada soma (por exemplo, no caso de a soma ser sete, discriminar os resultados: (1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3). Se o examinando não apresentar uma tabela de dupla entrada para o cálculo das probabilidades, nem apresentar qualquer justificação que a substitua, a classificação a atribuir à segunda etapa deverá ser de 5 pontos.
2. Se o examinando não respeitar a indicação quanto à forma geométrica dos dados (por exemplo, se considerar dois cubos), a classificação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 5 pontos.

1.2. 16

A composição deverá contemplar os seguintes tópicos:

- uma análise do argumento do João, referindo que existem cinco somas pares e quatro somas ímpares;
- valor da probabilidade de sair soma par $\left(\frac{1}{2}\right)$;
- valor da probabilidade de sair soma ímpar $\left(\frac{1}{2}\right)$;
- conclusão final, referindo que o João não tem razão.

Na tabela seguinte, indica-se como este item deve ser classificado:

Forma	Nível 3 (*)	Nível 2 (**)	Nível 1 (***)
A composição contempla correctamente os quatro tópicos.	16	15	14
A composição contempla correctamente três tópicos.	12	11	10
A composição contempla correctamente dois tópicos.	8	7	6
A composição contempla correctamente um tópico.	4	3	2

- (*) **Nível 3** Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia.
- (**) **Nível 2** Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
- (***) **Nível 1** Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

Nota: Se a tabela de probabilidades construída no item anterior estiver incorrecta, mas o examinando agir em conformidade com os resultados nela indicados, a classificação a atribuir não deverá ser desvalorizada. No entanto, se a soma das duas probabilidades for diferente de um, a classificação total a atribuir a esta resposta deve ser desvalorizada em 6 pontos.

2. 22

Indicar as restrições	8
$x \geq 0$	1
$y \geq 0$	1
$y \leq 40$	2
$x + y \geq 40$	2
$y \geq x$	2
Indicar a função objectivo: $(C(x, y) = 80x + 90y)$	4
Representar graficamente a região admissível	6
Representar correctamente $x + y = 40$	2
Representar correctamente $y = x$	2
Representar correctamente $y = 40$	2
Indicar os valores de x e y para os quais é mínima a função objectivo ($x = 20$ e $y = 20$).....	4

3.1. **19**

Escrever $4s + 2r = 10$ 9

Escrever $s = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}r$ 10

3.2. **22**

Constatar que $A = 2\pi s^2 + \pi r^2$ 7

Substituir s por r 7

Calcular e simplificar $A(r)$ 8

Nota: Se o examinando substituir π por um valor aproximado, em qualquer das etapas, a classificação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 4 pontos.

4.1. 10

Determinar b_1 e b_2 ($b_1 = 1035$ e $b_2 = 1071,225$)..... (3+3) 6

Dividir b_2 por b_1 e concluir que $r = 1,035$ 4

Notas:

1. O examinando pode explicitar que o factor 1,035 actualiza, por multiplicação, o capital do ano anterior. Nesse caso, deverá ser-lhe atribuída a cotação total do item (10 pontos).

2. Se o examinando indicar o valor da razão sem qualquer justificação, a sua resposta deve ser classificada com 3 pontos.

4.2. 15

Concluir que, no nono ano, o capital acumulado de acordo com a opção **B** é superior ao capital acumulado caso se tivesse escolhido a opção **A** 10

Justificar que, nos primeiros anos, a opção **A** é a melhor escolha, mas, a partir do nono ano, a opção **B** torna-se mais vantajosa (**ver nota**)5

Nota: Se o examinando tornar compreensível o seu raciocínio, mas não o fizer de um modo totalmente claro, a classificação total a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

5.1. 19

Reconhecer que $t = 1,5$ 6

$C(1,5) \approx 1,73 \text{ mg/l}$ 13

5.2. 22

Equacionar o problema: $0,5 = 10(e^{-t} - e^{-2t})$ 6

Resolução do problema 16

Explicação do método utilizado (ver critério geral 6.1.)..... 5

$t \approx 0,05 \text{ h}$ (**ver nota 1**) 2

$t \approx 3 \text{ min}$ 2

$t \approx 2,94 \text{ h}$ (**ver nota 2**)..... 2

$t \approx 2 \text{ h } 56 \text{ min}$ 2

Concluir que o intervalo de tempo está compreendido entre
 $9 \text{ h } 3 \text{ min}$ e $11 \text{ h } 56 \text{ min}$ 3

Notas:

1. Se o examinando indicar $t \approx 0,04$ ou $t \approx 0,06$, deve ser-lhe atribuída a cotação total da etapa (2 pontos).

2. Se o examinando indicar $t \approx 2,93$ ou $t \approx 2,95$, deve ser-lhe atribuída a cotação total da etapa (2 pontos).

6.1. 19

Reconhecer que $P\hat{F}M = \frac{\alpha}{2}$ ou $A\hat{F}M = \frac{\alpha}{2}$ 5

Escrever $\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{MP}}{10}$ 7

Concluir que $\overline{AP} = 20 \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ 7

6.2. 22

Reconhecer que $F\hat{A}P = 90 - \frac{\alpha}{2}$ 6

Reconhecer que $P\hat{A}B = \frac{\alpha}{2}$ (**ver nota**)..... 6

Escrever $\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d}{AP}$ 4

Concluir que $d(\alpha) = 20 \text{sen}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ 6

Nota: Se o examinando concluir directamente que $P\hat{A}B = \frac{\alpha}{2}$, por qualquer método correcto, deve ser-lhe atribuída a classificação total correspondente às duas primeiras etapas (6 + 6).