

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei nº 286/89, de 29 de Agosto)
 Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos
 Cursos das Escolas Secundárias Soares dos Reis e António Arroio

Duração da Prova: 90 min + 30 min de tolerância
 1997

2ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

-

I

Para cada uma das nove questões deste grupo, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Indique quantos são os pontos comuns aos gráficos das funções f e g definidas por

$$f(x) = x^2 \quad \text{e} \quad g(x) = |x|$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

2. Sendo f a função definida por $f(x) = x^e$, a expressão analítica de f' é

- (A) x^e (B) x^{e-1} (C) $e x^{e-1}$ (D) $x^e \ln x$

3. Um navio encontra-se atracado num porto.

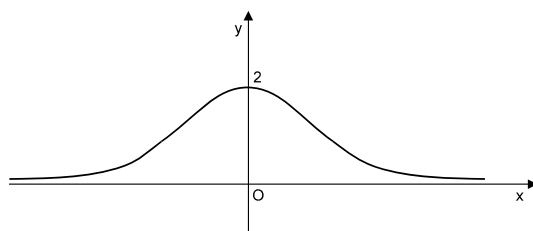
A distância h , do casco do navio ao fundo do mar, varia com a maré.

Admita que h é dada, em função do tempo x , por $h(x) = 10 - 3 \cos(2x)$.

A distância do casco ao fundo do mar, no momento da maré-alta, é

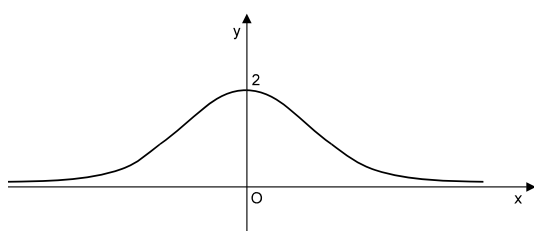
- (A) 4 (B) 10 (C) 13 (D) 16

4. Na figura abaixo está uma representação gráfica de g' , derivada de uma certa função g .

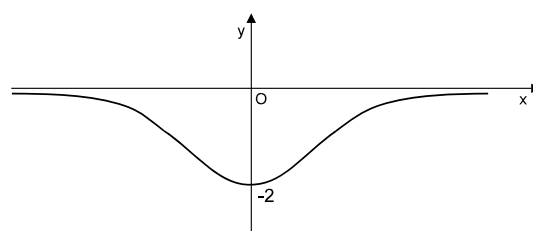


A função h é definida por $h(x) = g(x) + 1$. Nestas condições, uma representação gráfica de h' , derivada de h , pode ser

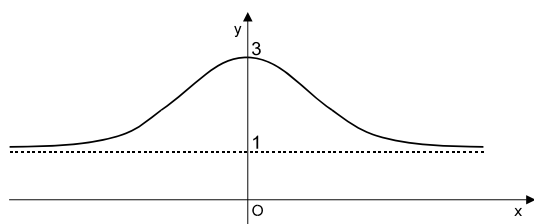
(A)



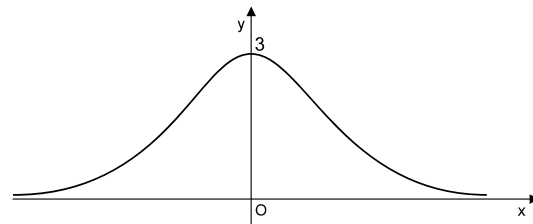
(B)



(C)



(D)



5. Indique qual dos pares de equações seguintes define, num referencial o. n. $Oxyz$, um par de planos perpendiculares.

(A) $x + y = 3$ e $x + y = 0$

(B) $-x + y - z = 1$ e $3x + 2y + 2z = 2$

(C) $x = y$ e $z = 0$

(D) $2x + 2y + z = 9$ e $x - 3z = 0$

6. Num referencial o. n. $Oxyz$, a intersecção das superfícies esféricas definidas pelas equações

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad \text{é}$$

(A) Um ponto

(B) Uma superfície esférica

(C) Uma circunferência

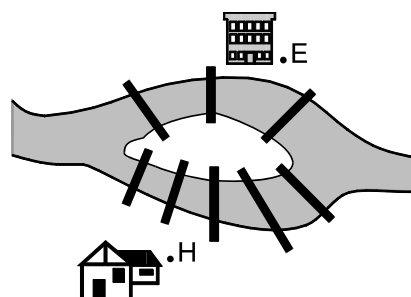
(D) O conjunto vazio

7. Num referencial o. n. xOy , uma parábola tem vértice na origem, o seu eixo de simetria é o eixo Oy e um dos seus pontos é $P(-2, -4)$. Uma equação da parábola é
- (A) $x^2 = -y$ (B) $y^2 = -8x$ (C) $x^2 = -8y$ (D) $x^2 - y^2 = 1$

8. Abre-se, ao acaso, um livro, ficando à vista duas páginas numeradas. A probabilidade de a soma dos números dessas duas páginas ser ímpar é

- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

9. Na figura ao lado estão representados:
o rio que atravessa certa localidade;
uma ilha situada no leito desse rio;
as oito pontes que ligam a ilha às margens.



H representa a habitação e E a escola de um jovem dessa localidade.

Para efectuar o percurso **de ida** (*casa-ilha-escola*) e **volta** (*escola-ilha-casa*), um jovem pode seguir vários caminhos, que diferem uns dos outros pela sequência de pontes utilizadas.

Indique quantos caminhos diferentes pode o jovem seguir, num percurso **de ida e volta**, **sem passar duas vezes pela mesma ponte**.

- (A) $5 \times 3 + 4 \times 2$ (B) $5 \times 4 \times 3 \times 2$ (C) $5 + 4 + 3 + 2$ (D) $5^2 \times 3^2$

II

A actividade R , de qualquer substância radioactiva, é dada, numa certa unidade de medida, pela expressão

$$R(t) = A \times e^{-Bt},$$

em que A e B são constantes reais positivas e t é o tempo em horas, com $t \geq 0$.

- a) Estude a função R quanto à monotonia e quanto à existência de assíntotas.
- b) Designando por R' a derivada de R , mostre que R e R' são directamente proporcionais.
- c) Mostre que o tempo necessário para que a actividade R passe do seu valor inicial para metade é $\frac{\ln 2}{B}$.
- d) Sabendo que o valor inicial da actividade de uma certa substância radioactiva é 28 unidades e que $R(1) = 26$, determine os valores de A e B para essa substância.

III

Uma embalagem de pastilhas tem a forma de um prisma hexagonal regular, como o representado na figura abaixo.

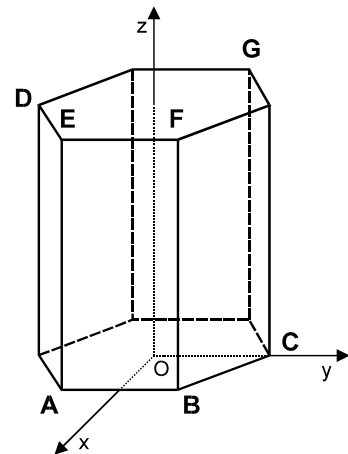
1. A embalagem contém doze pastilhas com igual aspecto exterior, sendo três de ananás, três de cereja, três de laranja e três de morango. Esvaziando a embalagem após a compra e retirando quatro pastilhas ao acaso, qual a probabilidade de retirar uma de cada sabor?

2.

Considere o referido prisma representado num referencial o. n. $Oxyz$.

Sabe-se que:

- Os pontos A , B e C pertencem à base inferior do prisma, a qual está contida no plano xOy e tem por centro a origem do referencial.
- Os pontos D , E , F e G pertencem à base superior do prisma, a qual está contida no plano $z = 12$
- O ponto C tem coordenadas $(0, 4, 0)$.



- a) Mostre que o ponto B tem coordenadas $(\sqrt{12}, 2, 0)$ e aproveite este resultado para justificar que o ponto G tem coordenadas $(-\sqrt{12}, 2, 12)$.

(Nota: o lado de um hexágono regular é igual ao raio da circunferência circunscrita ao hexágono)

- b) Mostre que a recta DG pode ser definida pela condição $\sqrt{3}x + y = -4 \wedge z = 12$.
- c) Determine a intersecção da recta DG com o plano que contém a face $[ABFE]$ do prisma.
- d) Considere agora que a unidade do referencial é um centímetro (1 cm). Sabendo que cada uma das doze pastilhas tem um volume de 30 cm^3 , determine, com aproximação às unidades, a percentagem do volume da caixa que, no momento da compra, se encontra vazia.

(Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, uma casa decimal.)

$$\text{Área do hexágono} = \frac{3\sqrt{3}}{2} l^2, \text{ em que } l \text{ representa o lado do hexágono}$$

$$\text{Volume do prisma} = \text{Área da base} \times \text{altura}$$

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I81

Cada questão certa +9
Cada questão errada..... - 3
Cada questão não respondida ou anulada 0

GRUPO II54

a)20
b).....11
c).....11
d).....12

GRUPO III65

1.....20
2.....45

a)12
b).....10
c).....9
d).....14

TOTAL 200